

Lesson 7. 生命表

§ B. 現代生命表

---

---

---

---

---

---

---

---

現代生命表

- 人口集団の死亡経験を一定の時点ごとに記載したもの
- 人口動態統計においては、現代生命表はある特定の暦年で観察された年齢別死亡率により組み立てられる。

---

---

---

---

---

---

---

---

現代生命表(続き)

- ある特定の暦年での年齢別死亡率からすべての年齢の死亡経験の「断片」が得られる。
- 観察された年齢別死亡率は人工的あるいは**仮説的**コウホートの死亡経験を予測するのに用いられる。

---

---

---

---

---

---

---

---

## 現代生命表(続き)

- **完全生命表**は1歳間隔を基としている。
  - 人口統計では国勢調査年(5年毎)の人口動態統計(確定数)と国勢調査人口を用いる。
- **簡易生命表**は多年齢間隔(しばしば間隔は多様)を基としている。
  - 人口統計では毎年の人口動態統計(概数)と推計人口を用いる。

---



---



---



---



---



---



---

現代生命表  
仮定条件

- ひとつの年齢区分内での死亡は**一様**に起こる。(将来にわたって死亡状況が同じ)
- ある年齢区分内で死亡した各人は、平均して、その区分の半分は生きる。

---



---



---



---



---



---



---

現代生命表  
仮定条件(続き)

- **末端調整 End adjustment**  
1歳未満で死亡した乳幼児は平均して10分の1年生きる。

---



---



---



---



---



---



---

### 現代生命表 構成要素の定義

- まず最初に年齢別死亡率を得る。(m)  
 $nmx$  = 年齢  $x$  から  $x+n$  間で観察された年間死亡率
- それから、各年齢区間内での死亡割合 (q) を算定する。

---

---

---

---

---

---

---

---

### 現代生命表 構成要素の定義(続き)

- q と m との関係

$${}_nq_x = \frac{2n \times {}_nmx}{2 + n \times {}_nmx}$$

- q は 0 から 1 の間の値をとる。

---

---

---

---

---

---

---

---

### 現代生命表 構成要素の定義(続き)

- ${}_nqx$  =  $x+n$  歳に達する前に死亡した  $x$  歳の個体の割合
- ${}_npx$  =  $x+n$  歳まで生きている  $x$  歳の個体の割合  
 $= 1 - {}_nqx$

---

---

---

---

---

---

---

---

**現代生命表  
構成要素の定義 (続き)**

- $l_0$  = 開始時点での生存数(基数 radix) (通常は100,000)
- $l_x = x$  歳における生存数; その年齢区間に参入する個体数
- $nd_x = x+n$  歳になる前に死亡した  $x$  歳の個体数

---

---

---

---

---

---

---

---

**現代生命表  
構成要素の定義 (続き)**

- $nL_x = x$  歳から  $x+n$  歳の区間の人口集団についての生存年数
- $nT_x = x$  歳までに生き残っていた者についてのその後の生存年数の総計

---

---

---

---

---

---

---

---

**現代生命表  
構成要素の定義 (続き)**

- $e_x^{\circ} = x$  歳までに生き残っていた個体のその後の平均生存年数; 年齢区間  $x$  歳における平均余命 (life expectancy) と呼ばれている

---

---

---

---

---

---

---

---

現代生命表  
構成要素の定義 (続き)

- もし、 $x$  歳から  $x+n$  歳の間に死亡した者が  $n/2$  年生きたと仮定したら、

$${}_nL_x = n \times l_x - \frac{n}{2} \times nd_x$$

---

---

---

---

---

---

---

---

現代生命表  
構成要素の定義 (続き)

$$\begin{aligned} {}_nL_x &= n \times l_{x+n} + \frac{n}{2} \times nd_x \\ &= n \times l_{x+n} + \frac{n}{2} (l_x - l_{x+n}) \\ &= \frac{n}{2} (l_x + l_{x+n}) \\ &= n \times \text{区間中央人口} \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

現代生命表  
構成要素の定義 (続き)

さらに、これらの定義から以下が導き出される

$$T_x = {}_nL_x + T_{x+n} \quad e^{\circ}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

この生命表の人口集団の粗死亡率は

$$CDR = \frac{l_0}{T_0}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### 完全現代生命表

- 完全現代生命表は1歳区間を基本としている。
- 次のスライドから示す完全現代生命表の構築例は、1歳区間で表す必要から寿命が短い動物での例示である。(人間ではより大きな表となる。)

---

---

---

---

---

---

---

---

### 完全現代生命表の構築

与えられた年齢別死亡率

年齢 $x$	$m_x$
0	0.286
1	0.222
2	0.222
3	0.222
4	2.000

---

---

---

---

---

---

---

---

### 区間内死亡割合

- $q_x$ 、つまり各年齢区間内における死亡割合は以下の式で計算できる。

$$q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x}$$

例えば、年齢0歳では

$$q_0 = \frac{2 \times 0.286}{2 + 0.286} \approx 0.25$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 区間内死亡数

- $d_x$ 、つまり各年齢区間内における死亡数は以下の式で計算できる。

$$d_x = q_x \times l_x$$

- 次の年齢区間の開始時の生存者(個体)数は以下の式で計算できる。

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 完全現代生命表の構築(続き)

年齢群	$q_x$	$l_x$	$d_x$
0 - 1	0.25	1000	250
1 - 2	0.20	$1000 - 250 = 750$	150
2 - 3	0.20	$750 - 150 = 600$	120
3 - 4	0.20	$600 - 120 = 480$	96
4 - 5	1.00	$480 - 96 = 384$	384

---

---

---

---

---

---

---

---

## 区間内での生存人年

$$L_0 = \frac{l_0 + l_1}{2} = \frac{1000 + 750}{2} = 875$$

$$L_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} = \frac{750 + 600}{2} = 675$$

(以下同様に計算する)

または公式を用いると

$$L_x = l_x - \frac{1}{2}d_x$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 完全現代生命表の構築(続き)

年齢群	$q_x$	$l_x$	$d_x$	$L_x$
0 - 1	0.25	1000	250	875
1 - 2	0.20	750	150	675
2 - 3	0.20	600	120	540
3 - 4	0.20	480	96	432
4 - 5	1.00	384	384	192

---



---



---



---



---



---



---

## x 歳を超しての総生存人年

$$T_x = L_x + L_{x+1} + \dots$$

$$= L_x + T_{x+1}$$

---



---



---



---



---



---



---

## x 歳を超しての総生存人年(続き)

$$T_4 = L_4 = 192$$

$$T_3 = L_3 + T_4 = 432 + 192 = 624$$

$$T_2 = L_2 + T_3 = 540 + 624 = 1164$$

$$T_1 = L_1 + T_2 = 675 + 1164 = 1839$$

$$T_0 = L_0 + T_1 = 875 + 1839 = 2714$$

---



---



---



---



---



---



---



## 完全現代生命表の構築(続き)

年齢群	$q_x$	$l_x$	$d_x$	$L_x$	$T_x$
0 - 1	0.25	1000	250	875	2714
1 - 2	0.20	750	150	675	1839
2 - 3	0.20	600	120	540	1164
3 - 4	0.20	480	96	432	624
4 - 5	1.00	384	384	192	192

---



---



---



---



---



---



---

## x 歳における平均余命

$$e_{\overset{\circ}{0}} = \frac{T_0}{l_0} = \frac{2714}{1000} = 2.71$$

$$e_{\overset{\circ}{1}} = \frac{T_1}{l_1} = \frac{1839}{750} = 2.45$$

$$e_{\overset{\circ}{2}} = \frac{T_2}{l_2} = \frac{1164}{600} = 1.94$$

(以下同様に計算する)

---



---



---



---



---



---



---

## 完全現代生命表の全構成要素

年齢群	$q_x$	$l_x$	$d_x$	$L_x$	$T_x$	$e_{\overset{\circ}{x}}$
0 - 1	0.25	1000	250	875	2714	2.71
1 - 2	0.20	750	150	675	1839	2.45
2 - 3	0.20	600	120	540	1164	1.94
3 - 4	0.20	480	96	432	624	1.30
4 - 5	1.00	384	384	192	192	0.50

---



---



---



---



---



---



---

### 生命表から求められるもの

- 誕生時の平均余命(平均寿命)  
2.71 歳
- 粗死亡率  
 $1000/2714 = 0.369$   
= 100動物年当たり36.9匹  
(この例は人間でないのに注意)
- 3歳までに生存する個体数  
480

---

---

---

---

---

---

---

---

### 生命表から求められるもの(続き)

- 2 から 3 歳までの生存年数  
540 動物年
- その時の個体数  
600
- 2 歳まで生存する個体がさらに生きる平均年数  
1.94 年

---

---

---

---

---

---

---

---

### 人間の場合

- もしこれが人間の人口集団としたら、最初の1年間で行う仮定条件は?  
末端調整 End adjustment
- もし末端調整を想定したら、生命表のどの構成要素が変化するか?  
 $L_0, T_0, e_0^o$

---

---

---

---

---

---

---

---

### 簡易現代生命表

- 簡易現代生命表は複数年齢区間を基本としている。
- 次のスライドから示す簡易現代生命表の構築例は人間の人口集団での例示である。

---

---

---

---

---

---

---

---

### 簡易現代生命表の構築

- 年齢別死亡率から始める。
- 次の年齢区分に達する前に死亡した  $x$  歳の者の割合、 $q_x$  を計算する。
- 生命表に参入させる人数、基数  $l_0$  を確定する。

---

---

---

---

---

---

---

---

### 簡易現代生命表 (アルジェリア、1982男性)

年齢区分	人口 (千人)	死亡数	死亡率 $nm_x$
0-5	1,797	61,645	0.03430
5-15	2,834	4,676	0.00162
15-40	3,614	11,017	0.00305
40-65	1,239	14,710	0.01187
65+	349	17,914	0.05133

---

---

---

---

---

---

---

---

## 簡易現代生命表(続き)

- 1982年の年齢別死亡率は各年齢区間内の死亡割合  $q$  を算出するのに用いられる。
- 基数として 100,000 を選ぶ。

---

---

---

---

---

---

---

---

簡易現代生命表(続き)  
各年齢区間内の死亡割合

年齢区分	年齢間隔	$nq_x$
0 - 5	5	0.157955
5 - 15	10	0.016070
15 - 40	25	0.073450
40 - 65	25	0.258409
65 +	25	1.000000

---

---

---

---

---

---

---

---

## 簡易現代生命表(続き)

- 生存者一年齢区分内の死亡数  
= 次の年齢区分の開始時点での生存者数
- $l_x - nq_x \times l_x = l_x - nd_x = l_{x+1}$
- $l_0 - 5q_0 \times l_0 = l_0 - 5d_0$   
=  $100,000 - 0.157955 \times 100,000$   
=  $100,000 - 15,796 = 84,204 = l_5$
- $l_{15} = 84,204 - 1,353 = 82,851 = l_{40}$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 簡易現代生命表(続き)

年齢区分	間隔	$nq_x$	$l_x$	$ndx$
0-5	5	0.157955	100,000	15,796
5-15	10	0.016070	84,204	1,353
15-40	25	0.073450	82,851	6,085
40-65	25	0.258409	76,766	19,837
65+	25	1.000000	56,929	56,929

---

---

---

---

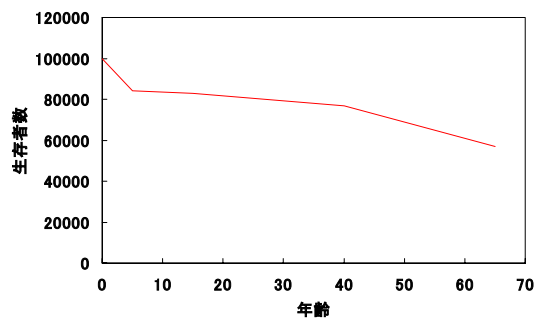
---

---

---

---

## 年齢毎の生存者数のグラフ




---

---

---

---

---

---

---

---

## 簡易現代生命表(続き)

- 誕生から5歳までの間の生存人年

$$\begin{aligned}
 {}_5L_0 &= \frac{5 \times (l_0 + l_5)}{2} \\
 &= \frac{5 \times (100,000 + 84,204)}{2} = 460,510
 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 簡易現代生命表(続き)

各年齢区間内での生存人年

年齢	間隔	$nq_x$	$l_x$	$ndx$	$nL_x$
0-5	5	0.157955	100,000	15,796	460,510
5-15	10	0.016070	84,204	1,353	835,275
15-40	25	0.073450	82,851	6,085	1,995,212
40-65	25	0.258409	76,766	19,837	1,665,562
65+	25	1.000000	56,929	56,929	711,612

## 簡易現代生命表(続き)

- 誕生時の平均余命(平均寿命)

$$T_0 = L_{65} + L_{40} + L_{15} + L_5 + L_0$$

$$= 5,668,171$$

$$e^{\circ}_0 = \frac{T_0}{L_0} = \frac{5,668,171}{100,000} = 56.7$$

## 簡易現代生命表(続き)

- 65歳時の平均余命

$$T_{65} = L_{65} = 711,612$$

$$e^{\circ}_{65} = \frac{T_{65}}{L_{65}} = \frac{711,612}{56,929} = 12.5$$

簡易現代生命表(続き)  
人年と平均余命

年齢	$nL_x$	$T_x$	$e^{\circ}_x$
0-5	460,510	5,668,171	56.7
5-15	835,275	5,207,661	61.8
15-40	1,995,212	4,372,386	52.8
40-65	1,665,562	2,377,174	31.0
65+	711,612	711,612	12.5

---

---

---

---

---

---

---

---

簡易現代生命表(続き)

- この人口集団の誕生時における平均余命、つまり平均寿命は 56.7 年である。
- 65 歳時の平均余命は 12.5 年である。つまり、65 歳まで生きた者はあと平均して 77.5 歳まで生存する。

---

---

---

---

---

---

---

---

簡易現代生命表  
全構成要素

年齢	間隔	$nq_x$	$l_x$	$ndx$	$nL_x$	$T_x$	$e^{\circ}_x$
0-5	5	0.157955	100,000	15,796	460,510	5,668,171	56.7
5-15	10	0.016070	84,204	1,353	835,275	5,207,661	61.8
15-40	25	0.073450	82,851	6,085	1,995,212	4,372,386	52.8
40-65	25	0.258409	76,766	19,837	1,665,562	2,377,174	31.0
65+	25	1.000000	56,929	56,929	711,612	711,612	12.5

---

---

---

---

---

---

---

---

## 簡易現代生命表(続き)

- 40歳での生存割合は 76.8%である。
- 年齢区間 40～65歳以内での死亡割合は25.8%である。
- この人口集団における総生存人年は 5,668,171 人年である。

---



---



---



---



---



---



---

## 簡易現代生命表(続き)

- 粗死亡率は

$$\frac{I_0}{T_0} = \frac{100,000(\text{死亡})}{5,668,171(\text{人年})}$$

$$= 0.0176 = 1,000\text{人年あたり}17.6$$

---



---



---



---



---



---



---