

## Lesson 9. 頻度と分布

## § B. 二項分布

---



---



---



---



---



---



---

## 確率分布

- 各事象に対して一定の規則に従って数値をとる変数を**確率変数**という。
- 確率変数の取りうる分布を**確率分布**という。
- 確率分布にはデータの種類によって、**離散確率分布**と**連続確率分布**がある。

---



---



---



---



---



---



---

## 二項分布

## Binominal Distribution

- 離散分布の一種
- 二分割または二値の事象、つまり考えられる結果がただ2つ(例えば、表か裏、成功か失敗、死か生)
- $p$  = 「成功」の確率
- $q$  = 「失敗」の確率 =  $1 - p$
- $n$  = 独立事象の数

---



---



---



---



---



---



---

### 二項分布 (続き)

- 確率変数 $X$ の値、つまり「成功」が $k$ 回観察される確率、すなわち二項分布での確率密度  $P(k)$  は、

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### 二項分布の根幹となる仮定

- 一連の調査や実験は  $n$  回の独立した観察よりなる。
- それぞれの観察結果は独立している。
- 結果の確率  $p$  はそれぞれの観察において同じである。(観察する度に同じ確率でその結果が起こりうる。)

---

---

---

---

---

---

---

---

### 二項分布の例

- ある薬剤でかぜ症状が軽快する確率を 0.7 とする。
- 10名の患者が無作為に選ばれ、その薬剤を与えられた。
- 考えられる結果は何で、その確率は？

---

---

---

---

---

---

---

---

## 二項分布の例(続き)

- $n = 10$  名の患者
- $p =$  軽快の確率  $= 0.7$
- $q =$  軽快しない確率  $= 0.3$
- $k =$  軽快した患者の数

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

---



---



---



---



---



---



---

## 二項分布の例(続き)

- 10名とも軽快する確率

$$\begin{aligned} P_{(10)} &= \frac{10!}{10!(10-10)!} 0.7^{10} 0.3^0 \\ &= \frac{10!}{10 \times 1} 0.7^{10} \times 1 \\ &= 0.7^{10} \approx 0.02825 \end{aligned}$$

---



---



---



---



---



---



---

## 二項分布の例(続き)

- 9名が軽快する確率

$$\begin{aligned} P_{(9)} &= \frac{10!}{9!(10-9)!} 0.7^9 0.3^1 \\ &= \frac{10 \times 9!}{9 \times 1} 0.7^9 \times 0.3 \\ &= 10 \times 0.7^9 \times 0.3 \approx 0.12106 \end{aligned}$$

---



---



---



---



---



---



---

二項分布の例(続き)

- 8名が軽快する確率

$$\begin{aligned}
 P_{(8)} &= \frac{10!}{8!(10-8)!} 0.7^8 0.3^2 \\
 &= \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2!} 0.7^8 \times 0.3^2 \\
 &= 45 \times 0.7^8 \times 0.3^2 \approx 0.23347
 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

二項分布の例(続き)

- 同様に

$$\begin{aligned}
 P_{(7)} &\approx 0.26682 \\
 P_{(6)} &\approx 0.20011 \\
 P_{(5)} &\approx 0.10289 \\
 P_{(4)} &\approx 0.03675 \\
 P_{(3)} &\approx 0.009 \\
 P_{(2)} &\approx 0.00144 \\
 P_{(1)} &\approx 0.00014 \\
 P_{(0)} &\approx 0.00001
 \end{aligned}$$

---

---

---

---

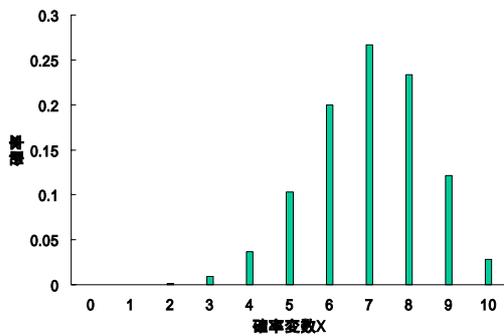
---

---

---

---

二項分布のグラフ例




---

---

---

---

---

---

---

---

### 二項分布の例 (続き)

- 8名以上の患者がこの薬剤で軽快する確率は、 $P(8) + P(9) + P(10)$   
 $= 0.23347 + 0.12106 + 0.02825$   
0.383

---

---

---

---

---

---

---

---

### 二項分布の性質

- パラメータ  $p$  と観察数  $n$  で定義される分布である。
- $P(k)$  は常に負の値にはならない。
- 考えられるすべての値 ( $k$ ) の確率の合計は1に等しい。

---

---

---

---

---

---

---

---