

大学の数学教育に対する主体的な学びとなる学修環境作り

Creating a Proactive Learning Environment for the Mathematics Education at a University

亀田真澄* 宇田川 暢**

*山口東京理科大学一般基礎

**山口県立大学教育研究推進室

Abstract: The paper addresses the practical approach to create a proactive learning environment for the mathematics education at a university. In mathematics courses (Engineering Mathematics, Linear Algebra) for the first year students at our university, we offered blended classes by building an e-Learning environment in conjunction with traditional face-to-face classes. The formula used in the online mathematics test and mathematics text is available on the network, and it is devised so that the formula appears the same online as written on the papers. We also have devised the mathematics problems to be logical and advanced. Furthermore, we have developed the system to score the result of the mathematics problems quickly. Under those educational environment, we were succeed to derive classes which students learn proactively.

Keywords: e-Learning, university education, mathematics, proactive

1. はじめに

(1) 問題の所在

大学初年次に学習する数学系科目（微分積分と線形代数）において、旧来型の対面授業だけによる教育環境（紙面レポート提出活動と定期試験による学習評価）の中で、受講者の主体的な学び（積極的かつ教育の質保証を伴う学習活動）を引き出すことが困難であると判断していた。

(2) 教育改善の目的・目標

数学系科目の旧来型の対面授業に加えて e-Learning環境を構築することで、受講生の主体的な学び活動を引き出し、その結果数学的知識の質保証を与えられるようにしたい。

(3) 本発表と教育目標との関連

微分積分学を学ぶ「工学数学及び演習」で

Masumi Kameda* Tokyo University of Science, Yamaguchi
Mitsuru Udagawa Yamaguchi Prefectural University
*E-mail: kameda@ed.tus.ac.jp

は不定積分から2階線形微分方程式を学ぶ。「線形代数2」では数ベクトル空間の概念から3次正方行列の対角化を学ぶ。これらの数学的知識の質保証を行うために、数学の小テストを四つの特性「迅速性・動的・論理的・美的」を持つように配信していることを示す。さらにその環境における小テストの受験結果と定期試験の評価との関連性などを検証した。

(4) 科目概要

両科目とも1年後期、必修の専門基礎科目であり、「工学数学及び演習」は3単位、3学科を5クラスに分け、対面授業22回、定期試験2回を実施、38名の上位クラスを担当した。「線形代数2」は2単位、2学科を4クラスに分け、対面授業15回、定期試験1回を実施、24名の下位クラスを担当した。

2. 教育改善の内容と方法

(1) e-Learning環境導入前の対面授業

対面授業での学習内容に基づいて、関連す

(受付：2013年10月5日、受理：2013年10月28日)

る課題を数題課し、次回の授業において模範解答を示し、各自が採点を行う教育環境を行った。この教育環境では、主体的な学びを可視的に確認できる指標が取りづらいと判断した。例えば、課題・解答を記載した受講者のレポートは1回限りの解答機会であり、採点後のレポートは回収されて評価者だけの所持に留まる(図1)。

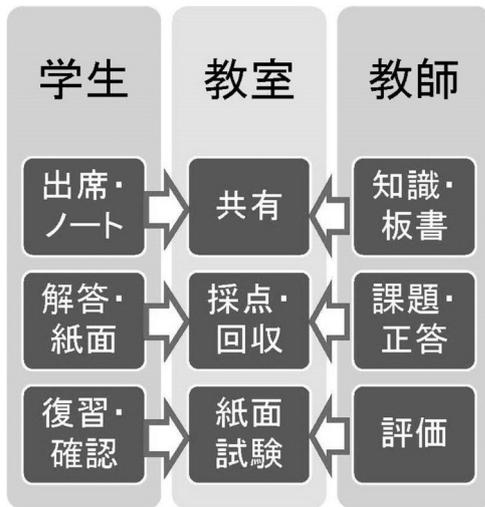


図1 対面授業の授業イメージ

(2) e-Learning環境の導入手法

通常に対面授業を行いつつ、数学的知識を確認できるe-Learning環境を作り上げた。すなわちLMS (Learning Management System) 機能をもつ「Moodle」(V.1.9)で運用されたSNS型Webサイトを立ち上げて、小テストの配信環境を提供した。この結果、教室と共にネットワークの教育環境が生まれ、かつネットワークにおいて数学知識の質を確認できる成果物が学生・教師間で共有できた(図2)。

この小テストはMoodleのオンラインテスト機能の追加モジュールである数学オンラインテスト評価システム「STACK」(V.2.0) (System for Teaching and Assessment using a Computer Algebra Kernel) を組み入れて実行する^[1]。この小テストの受験環境は、24時間、どこからでもインターネット接続されたPC



図2 e-Learning環境導入後の授業イメージ

(あるいはモバイル媒体) から受験・共有できる。なお表1の受験制約を設けている。

表1 小テストの受験制約

問題数	時間	満点	期間	回数
5問	30～60分	100点	7～21日	無制限

この表1における回数「無制限」は、類似問題を即座に受験できる環境を与える。またSTACKは数式処理システムMaximaのサポートを受けて、受験直後に自動採点を実行する。さらに採点結果は受講者と教師間で即座にネットワーク共有できる。すなわち迅速的な教材コンテンツを配信している。

またSTACKを利用することで、数学問題において数値・関数をランダムに変化させることができる。例えば「工学数学及び演習」で取り上げた問題(図3)の正解入力は(A₁=)「3*cos(3*x-6*y)」である。実際には変数zは三つの関数exp(t), sin(t), cos(t)から選択されている。このソースの一部を紹介する。

$$z(t):=[\exp(t), \sin(t), \cos(t)][\text{rand}([1,2,3])]$$

$$t(x,y):=\text{rand}([2,3])*x-\text{rand}([4,6])*y$$

$$z2:\text{diff}(z(t), t)$$

$$t2:\text{diff}(t(x, y), x)$$

$$A1:\text{ev}(z2, t=t(x,y))*t2$$

すなわち問題あるいは解答が動的であり、数値だけの解答ではなく数学的論理性(四則演算(例: $1/x+2, 1/(x+2)$ の差異), 関数と引数(例: $\sin(2*x), (\sin(x))^2$ の差異)を認識した表記方法を必要とする解答を入力しなければならない。すなわち動的かつ論理的な教材コンテンツを配信している。

さらにMoodleから配信されるWebページにおいて、アメリカ数学会が開発した組版処理システム「AMS-LaTeX」のコマンドを混合させて、閲覧時には綺麗な数式を表示させることができるJavaScript「MathJax」を活用した。これにより閲覧媒体であるPC、タブレット(図3)で、通常の画面出力において綺麗な数式表現が行われ、かつモバイル媒体における画面の拡大・縮小の操作にも対応して数式が乱れなく綺麗に表示される。すなわち美的な教材コンテンツを配信している。

「線形代数2」では、別の数学的思考性(論理性)を求めている。例えば図4ではベクトル(転置) $[3, -3, -3]$ を1組の正解として求めている。また行列の成分の一部はランダムな整数が選択され、余因子行列が計算でき

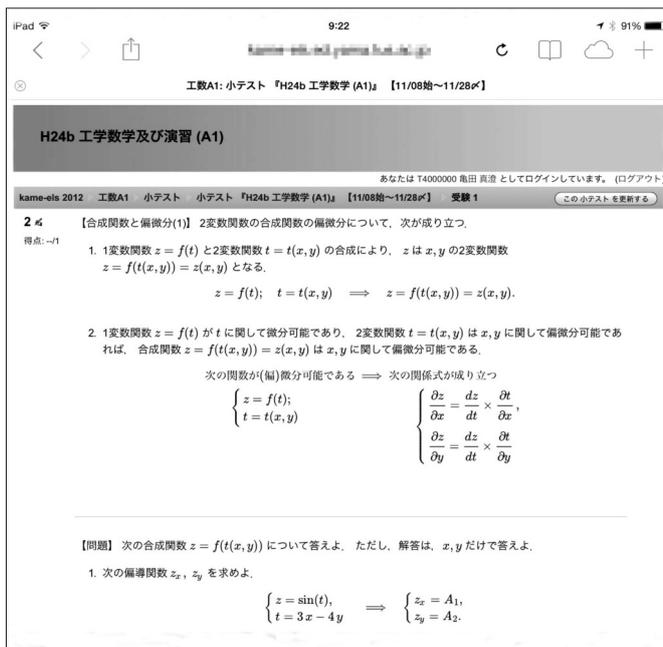


図3 タブレットのスクリーンショット

る組み込み関数 $adjoint()$ が Maxima に用意されていることが有益な教材コンテンツ配信に利用されている(例: $A_{12} = adjoint(A)[2,1]$). この e-Learning環境では四つの特性「迅速性・動的・論理的・美的」をもつ教材コンテンツを配信している^[2].

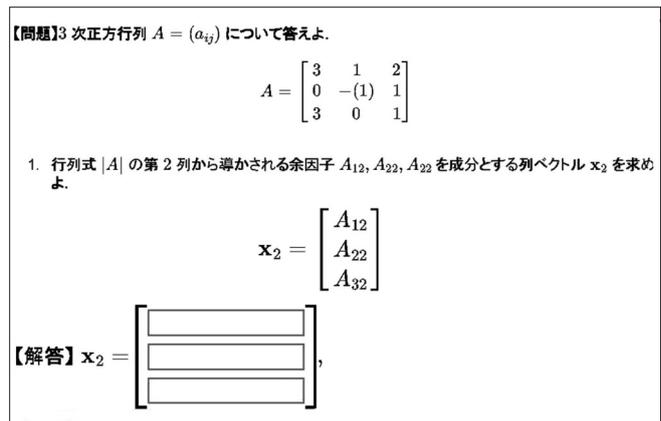


図4 「線形代数2」の出題例

3. 教育実践による改善効果とその確認

e-Learning環境の開設による改善効果について分析する。

(1) 「線形代数2」の利用状況による分析

図5は学習コース「線形代数2」へのアクセス件数を表す積み上げ縦棒グラフ(横軸: 24時間, 縦軸: 時間別曜日別累積件数)である。

この図5では、1時間あたり最大1.2千件

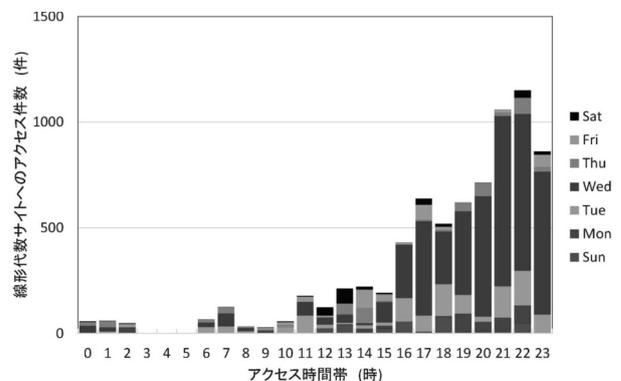


図5 「線形代数2」のアクセス状況

を示すアクセス累積がある。特に小テストの受験期限である水曜日夜間（授業日は木曜日9時台）に集中している。すなわち定期的かつ集中的な学習活動となる主体的な学び（積極的な学習活動）を可視的に示した指標と判断した。

(2) 「線形代数2」の得点散布図による分析

図6は、4回的小テストで各受講者が獲得した最高得点の合計得点（横軸，最大400点）と、期末試験における得点（縦軸，最大100点）との変量組の散布図である。

この図6では、相関係数が $r = 0.50$ である。

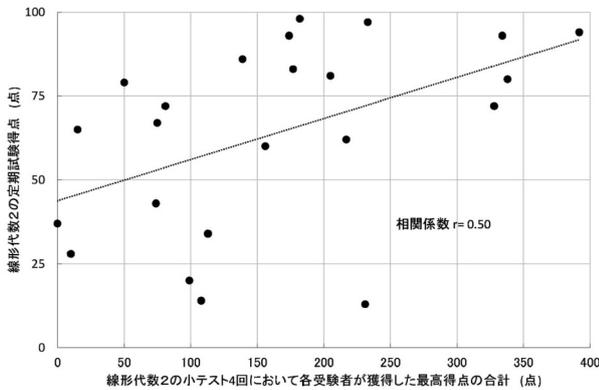


図6 「線形代数2」の得点散布図

この相関係数のt検定 ($t=2.7, p<.05$) により、小テストの最高得点の合計得点と期末試験の得点における相関は有意性があると判断した。また期末試験得点が60点以上である学生グループの小テストの合計得点平均が194点に対して、得点60点未満の学生グループの小テストの合計得点平均が79点で、明白な差となった。

(3) 「工学数学及び演習」のアクセス状況による分析

図7は学習コース「工学数学及び演習」へのアクセス件数を表す積み上げ縦棒グラフ（横軸：24時間，縦軸：時間別曜日別累積件数）である。

この図7では1時間あたり最大3.5千件を示すアクセス累積がある。特に昼休み，下校前，深夜においてアクセスが集中している（授業日は(隔)水曜日・木曜日9時台）。すなわち規則的かつ集中的な学習活動となる主体的な学び（積極的な学習活動）を可視的に示した指標と判断した。

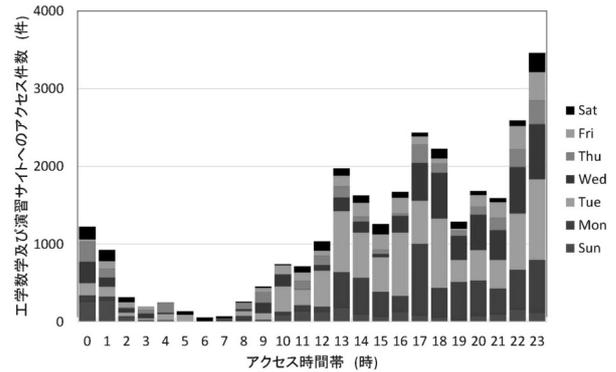


図7 「工学数学及び演習」のアクセス状況

(4) 「工学数学及び演習」の得点散布図による分析

図8は、6回的小テストで各受講者が獲得した最高得点の合計得点（横軸，最大600点）と、中間・期末試験における合計得点（縦軸，最大200点）との変量組の散布図である。

この図8では、相関係数が $r = 0.36$ である。

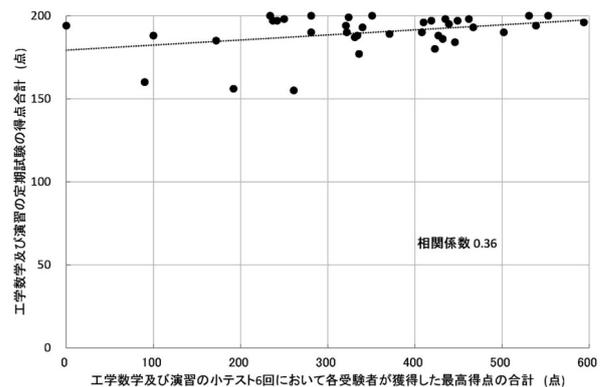


図8 「工学数学及び演習」の得点散布図

この相関係数のt検定 ($t=2.3, p<.05$) により、小テストの最高得点の合計得点と中間・期末試験の合計得点における相関は有意性があると判断した。

(5) 小テストの受験平均件数による分析

表2は線形代数2の小テストの受験情報(学習内容・単元に対する受験者数, 受験件数, 平均点の集計結果)である。

この表2から受験件数の総数を受験者数の総数で割った数値は2.5である。これは学習した数学的知識を確認する回数が, e-Learning導入前後で1回のレポート提出から, 小テストの受験平均件数2.5回に増加させたことを示す(学習内容・単元毎)。

表2 「線形代数2」の小テストの受験情報

学習内容	受験者数	受験件数	平均点
ベクトル空間	26	57	63
1次独立	21	49	49
正規直交基底	17	52	32
階数, 基本変形	14	33	66

表3は工学数学及び演習の小テストの受験情報(学習内容・単元に対する受験者数, 受験件数, 平均点の集計結果)である。

この表3から受験件数の総数を受験者数の総数で割った数値は2.8である。これは学習した数学的知識を確認する回数が, e-Learning導入前後で1回のレポート提出から, 小テストの受験平均件数2.8回に増加させたことを示す(学習内容・単元毎)。

表3 工学数学及び演習の小テストの受験情報

学習内容	受験者数	受験件数	平均点
定積分	38	143	70
広義積分	34	68	77
偏微分	38	81	86
合成関数	35	96	70
重積分	24	81	47
微分方程式	24	71	47

(6) 専用Webサイトのアクセス累積件数による分析

図9は線形代数2の専用Webサイトへのアクセス(例えば, 電子テキストの閲覧, 小テストの受験, 受験結果の閲覧など)の件数を受講者毎に累積した累積件数(横軸, 最大1千件)と期末試験得点との変量組の散布図である。

この図9は, 相関係数が $r = 0.32$ である。この相関係数のt検定($t = 1.5, p < .15$)により, 専用サイトへのアクセス累積件数と期末試験得点における相関には有意性がないと判断した。これは専用Webサイトへの利用件数の数量が, 教育の質保証(合格圏内に位置する)に導く要因ではないと判断した。

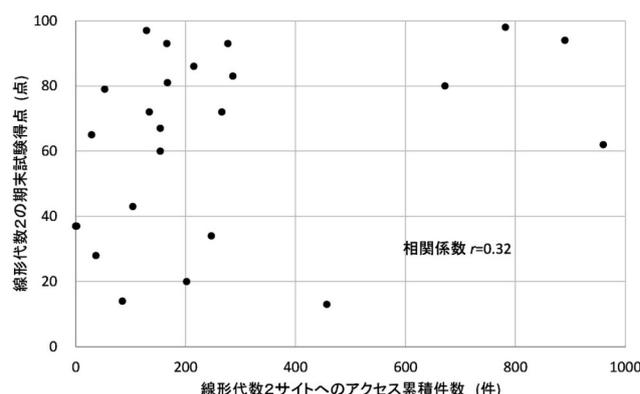


図9 「線形代数2」のアクセス累積件数と期末試験得点の散布図

図10は工学数学及び演習の専用Webサイトへのアクセスの件数を受講者毎に累積した累積件数(横軸, 最大2.5千件)と定期試験合計得点との変量組の散布図である。

この図10は, 相関係数が $r = 0.30$ である。この相関係数のt検定($t = 1.9, p < .07$)により, 専用サイトへのアクセス累積件数と中間・期末試験の合計得点における相関には有意性がないと判断した。これは専用Webサイトへの利用件数と教育の質(定期試験得点)との間にはあまり相関性はないと判断した。

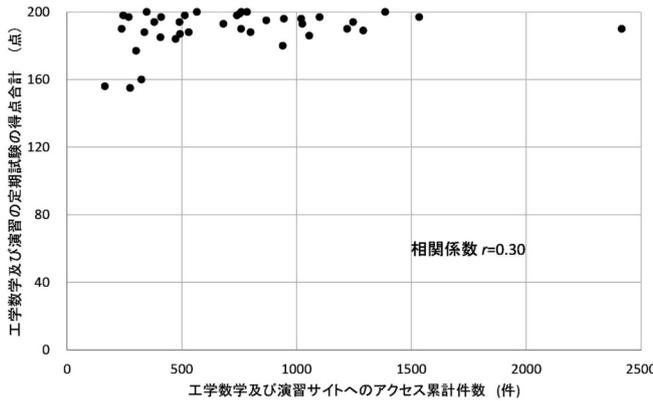


図 10 「工学数学及び演習」のアクセス累積件数と定期試験合計得点の散布図

4. 結果と考察

(1) 結果

迅速性・動的・論理的・美的な教材コンテンツ特性をもつ数学系科目に適した高度なe-Learning環境（特に小テスト配信）を構築することは、対面授業とともにネットワーク上での教育環境（24時間アクセスができ、どこからでもインターネット学習ができる環境）を作り出すことになり、多面的な教育環境に対して主体的な学びを引き出すことになる。

数学系科目の専用Webサイトへのアクセス状況から、受講者の学習時間パターンに規則性があることが判断できる。

相関係数の分析から、数学系科目の質保証を確認できる定期試験の得点と小テスト受験

で得た最高得点の合計点における相関には有意性があると判断できる。しかし、数学系科目の定期試験の得点と数学系科目の専用Webサイトへのアクセス累積件数における相関には有意性を認めることができない。

数学系科目の小テスト受験平均件数の分析から、e-Learning導入前より多くの回数で、数学系知識の自己確認ができていていると判断できる。

(2) 考察（課題）

今回構築した学修環境作りは、対面授業の学習後にe-Learning環境で学習することによる教育手法である。より豊富な数学の学習コンテンツ教材（含動画）を構築することにより、反転授業が実行できるような学修環境作りができると推測する。

参考文献

- [1] 中村泰之: 数学eラーニング—数式解答評価システムSTACKとMoodleによる理工系教育. 東京電機大学出版局, 2010.
- [2] 亀田真澄, 宇田川暢: Moodle, TeX, STACKによる数学のeラーニングの取り組み. Proceedings of Moodle Moot Japan 2013, pp.22-27, 2013.